POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Allievi da CM (incluso) a IM (escluso)

Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2017/18

Appello del 31 gennaio 2019

COGNOME E NOME ....

MATRICOLA ....

FIRMA ……...

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema lineare con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) - 2x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = -10x_3(t) + u(t) \\ y(t) = x_2(t) \end{cases}$$

1.1 Determinare l'espressione analitica del movimento libero dell'uscita associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$ e $x_3(0) = 1$.

1.2 Valutare le proprietà di stabilità del sistema.

1.3 Determinare la funzione di trasferimento $F(s)$ del sistema.

1.4 Determinare l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita associato all'ingresso $u(t) = 1$, $t \geq 0$.

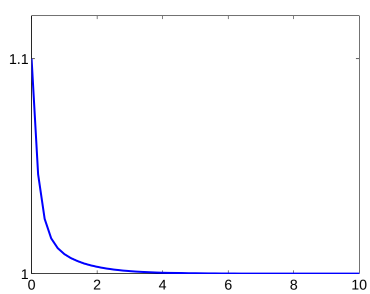
1.5 Determinare l'espressione analitica del movimento dell'uscita associato all'ingresso $u(t) = 2$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$ e $x_3(0) = 1$ considerata al punto 1.1.

2. Si consideri il sistema dinamico non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

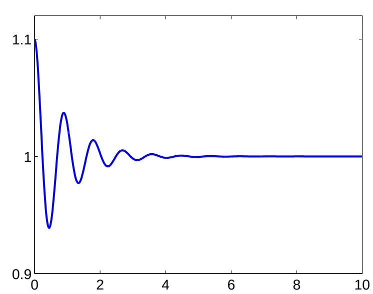
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^3 - x_1 + 3x_2 - u \\ \dot{x}_2 &= -x_2^2 + x_1 \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{1}$$

2.1 Verificare che $\bar{x}_1 = 1$, $\bar{x}_2 = 1$, $t \geq 0$ è stato di equilibrio associato all'ingresso costante $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e valutarne le proprietà di stabilità.

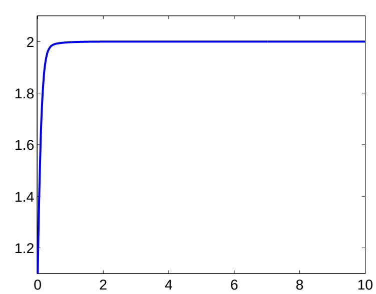
2.2 Dire, motivando la risposta, quale dei grafici (a), (b), e (c) sotto riportati rappresenta il movimento dell'uscita y del sistema non lineare (1) associato all'ingresso $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = \bar{x}_1 + 0.1 = 1.1$ e $x_2(0) = \bar{x}_2 = 1$.



(a)

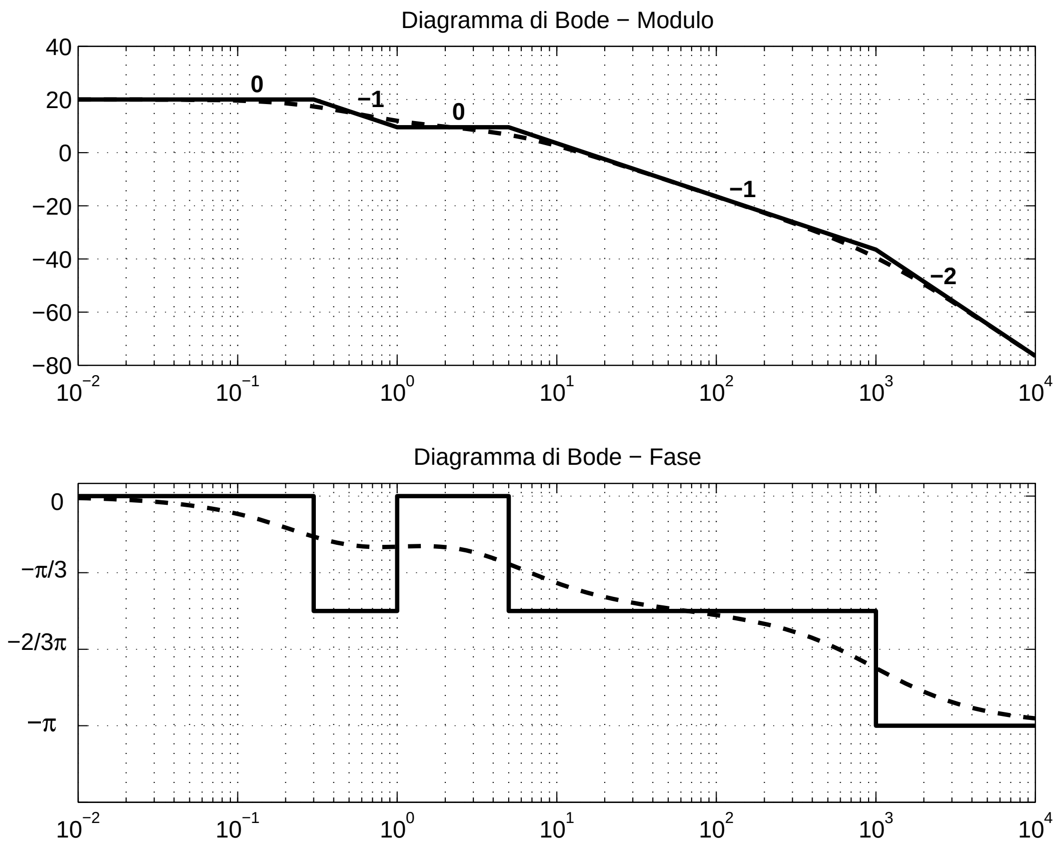


(b)



(c)

3. In figura sono riportati i diagrammi di Bode del modulo e della fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti con ingresso u ed uscita y.

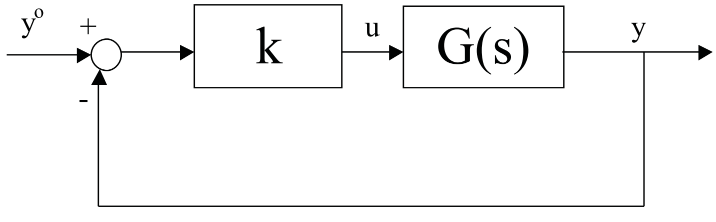


3.1 Determinare guadagno, tipo, poli e zeri della funzione di trasferimento $G(s)$. Scrivere l'espressione di $G(s)$.

3.2 Tracciare l'andamento qualitativo del movimento forzato dell'uscita associato allo scalino unitario $u(t) = sca(t)$ (specificare valore iniziale, valore finale e tempo di assestamento nel grafico).

3.3 Determinare l'espressione analitica della risposta a regime del sistema quando il segnale di ingresso è $u(t) = 2 + sen(0.01t) - 2sen(1000t)$.

3.4 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene retroazionato secondo lo schema in figura, dove k è un numero reale positivo ($k > 0$).

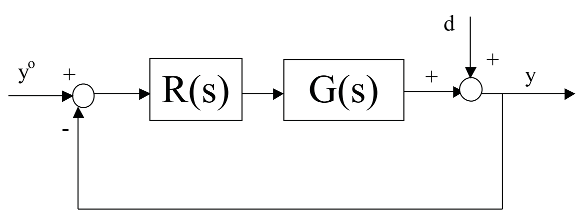


Dire, motivando la risposta, per quali valori di $k > 0$ è possibile applicare il criterio di Bode per l'analisi di stabilità del sistema retroazionato, e per quali di essi il sistema retroazionato risulta essere asintoticamente stabile.

4. Si consideri lo schema di controllo in figura dove

$$G(s) = \frac{1 + 0.1s}{(1 + 10s)(1 + s)(1 + 0.01s)}$$

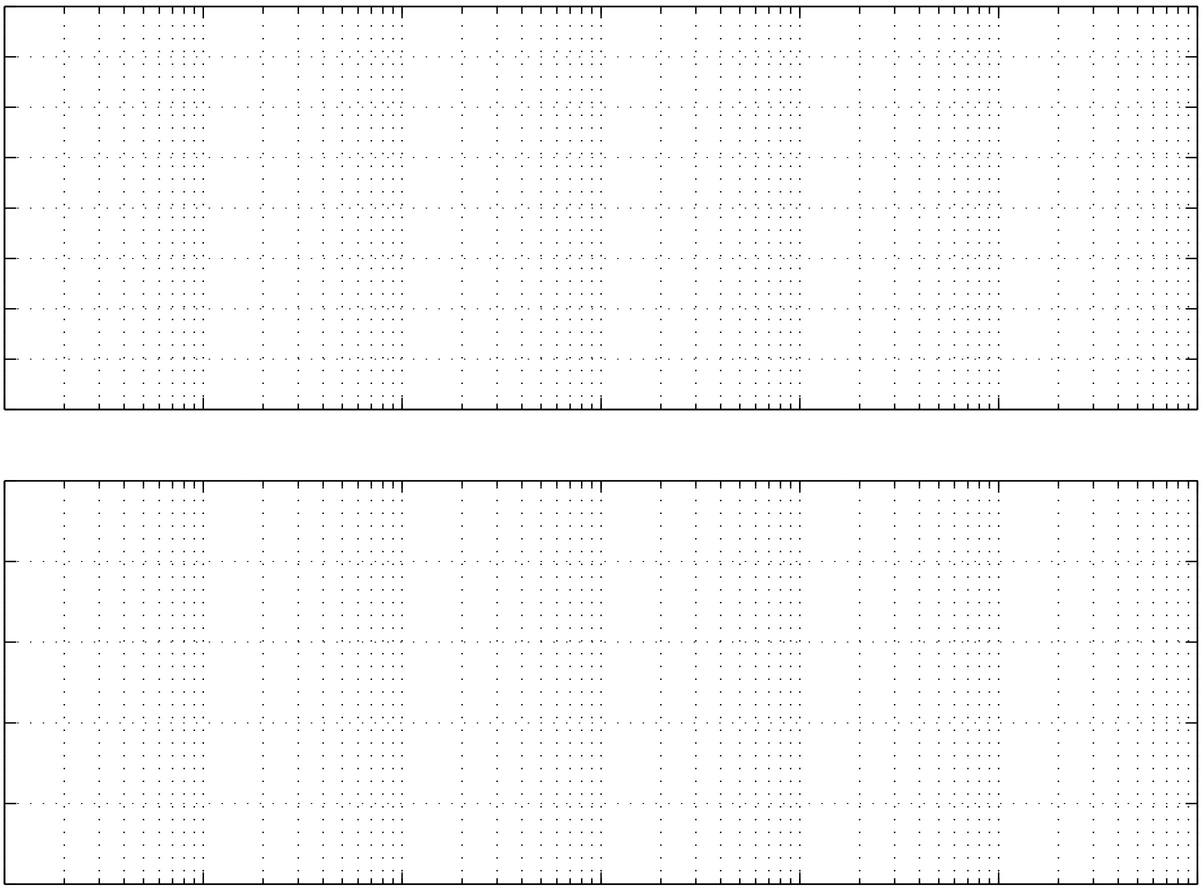
è la funzione di trasferimento di un sistema del terzo ordine affetto da un disturbo additivo sull'uscita e $R(s)$ è la funzione di trasferimento del regolatore da progettare.



4.1 Determinare $R(s)$ di ordine minimo in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

i) se $y^\circ(t) = Asca(t)$ e $d(t) = 0$, $t \geq 0$, allora $y(t)$ si assesta al valore A;

ii) il margine di fase ϕ_m è maggiore di $\pi/3$ e la pulsazione critica è $\omega_c \simeq 1$.



4.2 Dire, motivando la risposta, quanto vale l'ampiezza a regime dell'errore di inseguimento $e(t) = y^{\circ}(t) - y(t)$ per il sistema di controllo progettato nei seguenti casi:

(a) $d(t) = sen(0.1t)$ e $y^{\circ}(t) = 0$, $t \geq 0$

(b) $y^{\circ}(t) = sen(0.1t)$ e $d(t) = 0$, $t \geq 0$

5. Con riferimento alle esercitazioni sperimentali di laboratorio, si descriva brevemente il procedimento utilizzato per ricavare modelli matematici del sistema da controllare.