

POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Informatica – Allievi da E a O)
Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2012/13

I Prova in Itinere del 6 maggio 2013

NOME

MATRICOLA

FIRMA

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema

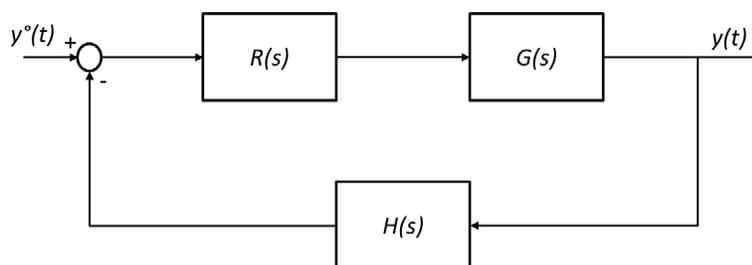
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha x_1(t) - 2\alpha x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + u(t) \\ y = 3x_1(t) \end{cases}$$

dove α è un parametro reale non nullo ($\alpha \neq 0$).

1.1 Determinare lo stato di equilibrio associato all'ingresso costante $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e valutare le sue proprietà di stabilità al variare di α .

1.2 Determinare l'espressione analitica del movimento dell'uscita $y(t)$ associato a $u(t) = 1$, $t \geq 0$, $x_1(0) = 2$ e $x_2(0) = 1$.

2. Si consideri il sistema in figura



dove

$$G(s) = \frac{10}{1+s} \qquad H(s) = \frac{1}{1+100s} \qquad R(s) = \mu$$

sono le funzioni di trasferimento di sistemi lineari senza autovalori nascosti.

2.1 Determinare la funzione di trasferimento del sistema con ingresso y^o ed uscita y .

2.2 Posto $\mu = 1$, verificare che il sistema con ingresso y° ed uscita y è asintoticamente stabile.

2.3 Posto $\mu = 1$, trovare l'espressione analitica della risposta di regime del sistema con ingresso y° ed uscita y all'ingresso $y^\circ(t) = 10\sin(0.001t) + 2$.

2.4 Dire, giustificando la risposta, se esiste un valore di μ tale che il sistema con ingresso y° ed uscita y non è asintoticamente stabile.

3. Si consideri il sistema lineare descritto dalle seguente funzione di trasferimento:

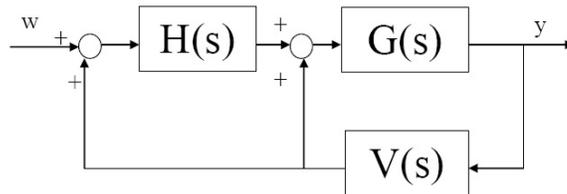
$$G(s) = \frac{10(1 - 10s)}{1 + s}.$$

3.1 Calcolare la trasformata di Laplace $Y(s)$ del movimento forzato dell'uscita associato all'ingresso $u(t) = sca(t)$ e determinare:

- a) l'uscita e la sua derivata all'istante $t = 0$, con il teorema del valore iniziale
- b) l'uscita a regime con il teorema del valore finale
- c) l'espressione analitica di $y(t)$ mediante lo sviluppo di Heaviside.

3.2 Rappresentare l'andamento qualitativo della risposta allo scalino $y(t)$ (specificare valore e pendenza iniziale, valore di regime e tempo di assestamento).

4. Si consideri il sistema interconnesso in figura, dove $G(s)$, $H(s)$ e $V(s)$ sono le funzioni di trasferimento di sistemi lineari asintoticamente stabili.



a) Determinare l'espressione della funzione di trasferimento del sistema con ingresso w ed uscita y .

b) Dire, motivando la risposta, se l'asintotica stabilità dei sistemi con funzione di trasferimento $G(s)$, $H(s)$, e $V(s)$ è condizione sufficiente per concludere che il sistema con ingresso w ed uscita y è asintoticamente stabile.