FONDAMENTI DI AUTOMATICA – Prof. Maria Prandini
Anno Accademico 2019/20 – Appello del 11 gennaio 2021

1. [7.5 punti] Si consideri il sistema non lineare S descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a^3 x_1^3(t) - x_2(t)u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -2x_2(t) + 2u(t) \\ y(t) = x_2(t) \end{cases}$$

dove a è un parametro reale.

1.1 [2.5 punti] Si assuma che $a \neq 0$.

(i) Calcolare stato e uscita di equilibrio associato all'ingresso costante $u(t) = 1$, $t \geq 0$, in funzione del parametro a.

(ii) Valutare la stabilità dello stato di equilibrio calcolato al punto precedente al variare del parametro a.

1.2 [2.5 punti] Posto a=1, dire, motivando la risposta, se è possibile determinare k e $\bar{v}$ in modo che il sistema ottenuto retroazionando S mediante la legge di controllo $u(t) = ky(t) + \bar{v}$ ammetta lo stato $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ calcolato al punto 1.1 come equilibrio ed esso sia asintoticamente stabile.

1.3 [2.5 punti] Posto $a = 0$, determinare l'espressione analitica del movimento dello stato e dell'uscita del sistema non lineare associati all'ingresso $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = 2$ e $x_2(0) = 1$.

2. [10.5 punti] Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2x_1(t) - 20x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -20x_2(t) + u(t) \\ y(t) = 40x_1(t) \end{cases}$$

2.1[2 punti] Ricavare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema con ingresso u ed uscita y.

2.2 [3 punti] Calcolare l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita associato all'ingresso $u(t) = sca(t)$ e tracciarne l'andamento (indicare nel grafico valore iniziale, finale, e tempo di assestamento).

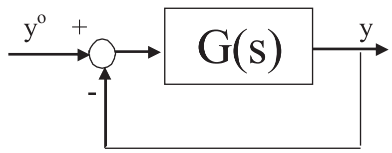
2.3 [3 punti] Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase asintotici ed esatti della risposta in frequenza associata a G(s).

2.4 [2.5 punti] Dopo avere verificato che il sistema è asintoticamente stabile, determinare l'espressione analitica della risposta di regime $y_\infty(t)$ del sistema all'ingresso $u(t) = 2 + \sin(2t)$. In quanto tempo la risposta del sistema si assesta a quella di regime calcolata?

3. [10.5 punti] Si consideri il sistema lineare aintoticamente stabile con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10(1-s)}{(10s+1)(0.01s+1)^2},$$

3..1 [4 punti] Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene retroazionato come in figura.



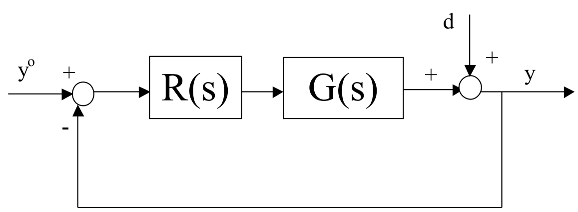
Dire, motivando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a) il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

b) la risposta allo scalino del sistema retroazionato si assesta al valore 10.

c) il tempo di assestamento del sistema è $T_a \simeq 0.05$.

3.2 [3.5 punti] Determinare la funzione di trasferimento $R(s)$ di un regolatore PI da inserire nello schema in figura



in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

i) l'errore a transitorio esaurito quando $y^\circ(t) = Asca(t)$ e $d(t) = 0$, è nullo;

ii) la pulsazione critica ω_c è circa uguale a 0.1 e il margine di fase ϕ_m è maggiore di 70°.

Scrivere $R(s)$ nella forma standard: $R(s) = k\big(1 + \dfrac{1}{sT_I}\big)$.

3.3 [3 punti] Con riferimento al sistema di controllo progettato al punto precedente, dire, motivando la risposta, quale dei seguenti disturbi passa invariato sull'uscita $y(t)$ e quale viene invece attenuato, specificando il fattore di attenuazione: a) $d(t) = 2sca(t)$; b) $d(t) = sen(100t)$; c) $d(t) = sen(0.01t)$.

4. [2.5 punti] Descrivere in modo sintetico e chiaro il problema della realizzazione digitale del controllore con funzione di trasferimento R(s) progettato a tempo continuo, da inserire in uno schema classico di controllo in retroazione. A tale scopo, tracciare il diagramma a blocchi relativo e descriverne le componenti.

5. [2 punti] Con riferimento alle esercitazioni di laboratorio, descrivere in modo chiaro e sintetico il problema di controllo affrontato.