

POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Informatica – Allievi da E a O)
Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2013/14

Appello del 18 luglio 2014

NOME

COGNOME

MATRICOLA

FIRMA

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema non lineare con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2x_1(t) - 4x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + u(t) \\ y(t) = -x_1(t) + x_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

1.1 Determinare lo stato $\bar{x} = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2]'$ e l'uscita di equilibrio \bar{y} associati all'ingresso costante $u(t) = 1$, $t \geq 0$.

1.2 Calcolare l'espressione analitica del movimento dell'uscita $y(t)$, $t \geq 0$, associato all'ingresso costante $u(t) = 1$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = \bar{x}_1 + \epsilon$ e $x_2(0) = \bar{x}_2$, dove ϵ è un parametro reale. Calcolare $y_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$. Giustificare quanto ottenuto.

1.3 Verificare che lo stato di equilibrio calcolato al punto 1.1 è instabile.

1.4 Al sistema non lineare descritto dalle equazioni (1) viene applicata la retroazione algebrica sull'uscita

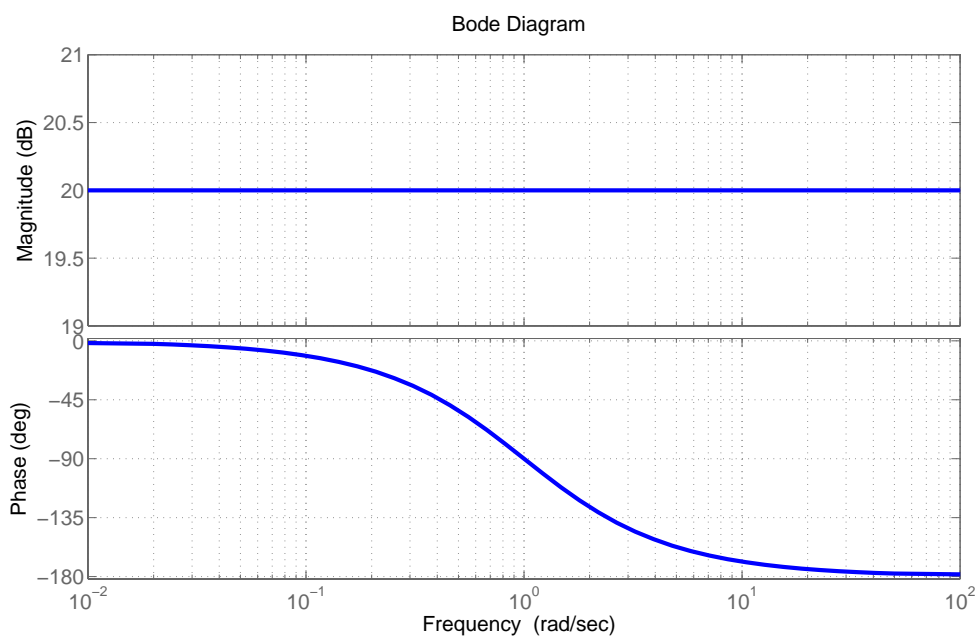
$$u(t) = ky(t) + v(t),$$

dove k è un parametro reale.

(a) scrivere le equazioni del sistema retroazionato con ingresso v ed uscita y ;

(b) al sistema retroazionato viene applicato l'ingresso costante $v(t) = \bar{v}$, $t \geq 0$. Determinare (se è possibile) k e \bar{v} in modo che il sistema retroazionato ammetta lo stato $\bar{x} = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2]'$ calcolato al punto 1.1 come stato di equilibrio asintoticamente stabile associato a $v(t) = \bar{v}$, $t \geq 0$.

2. In figura sono riportati i diagrammi di Bode esatti della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare del primo ordine.

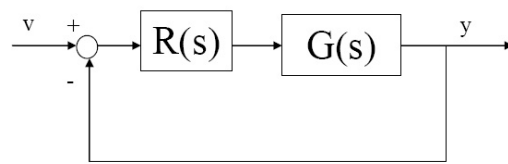


2.1 Dire, motivando la risposta, quanto valgono tipo, guadagno, poli e zeri della funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema. Scrivere l'espressione di $G(s)$. É possibile valutare le proprietà di stabilità del sistema da $G(s)$?

2.2 Scrivere l'espressione analitica della risposta di regime $y_{\infty}(t)$ associata all'ingresso $u(t) = 5 + \sin(t) + \cos(100t)$. In quanto tempo $y(t)$ tende a $y_{\infty}(t)$?

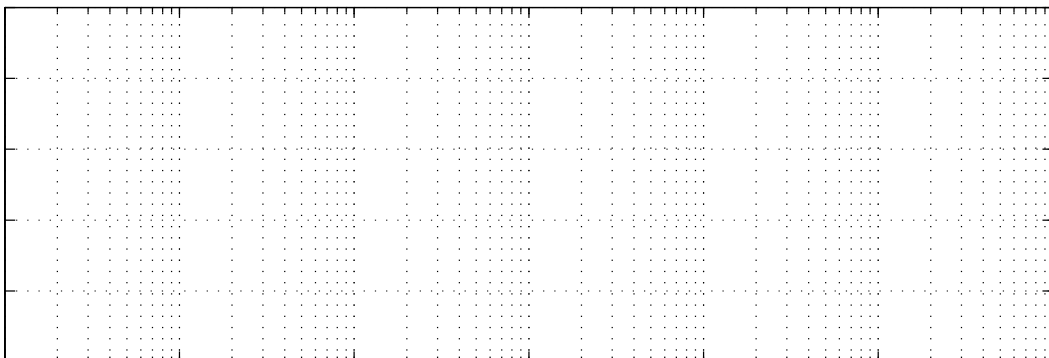
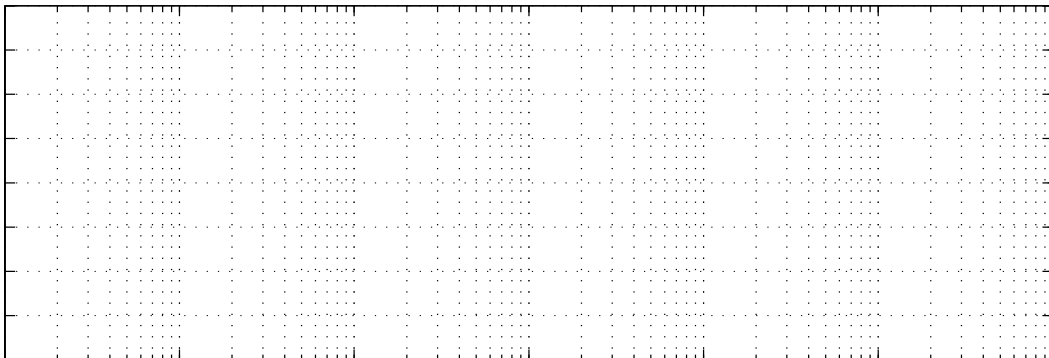
2.3 Tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema allo scalino $u(t) = sca(t)$ (specificare valore iniziale, finale e tempo di assestamento).

2.4 Il sistema viene retroazionato come in figura.



Posto $R(s) = \frac{k}{s}$, funzione di trasferimento di un sistema lineare di ordine 1, dire, motivando la risposta:

(a) per quali valori di $k > 0$ il criterio di Bode è applicabile. A tale scopo disegnare i diagrammi di Bode della risposta in frequenza associata a $L(s) = R(s)G(s)$ con $k = 1$.



(b) per quali valori di $k > 0$ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

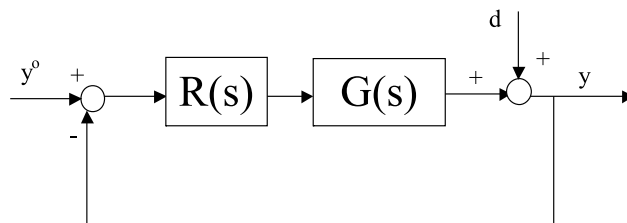
3. Si consideri il sistema lineare asintoticamente stabile con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10(1 + 0.01s)}{(1 + 50s)(1 + 0.05s)^2}$$

3.1 Tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema allo scalino $u(t) = sca(t)$ (specificare valore iniziale, finale e tempo di assestamento).

3.2 Determinare la funzione di trasferimento di un modello di ordine ridotto del sistema che abbia le stesse caratteristiche per quanto riguarda la risposta allo scalino.

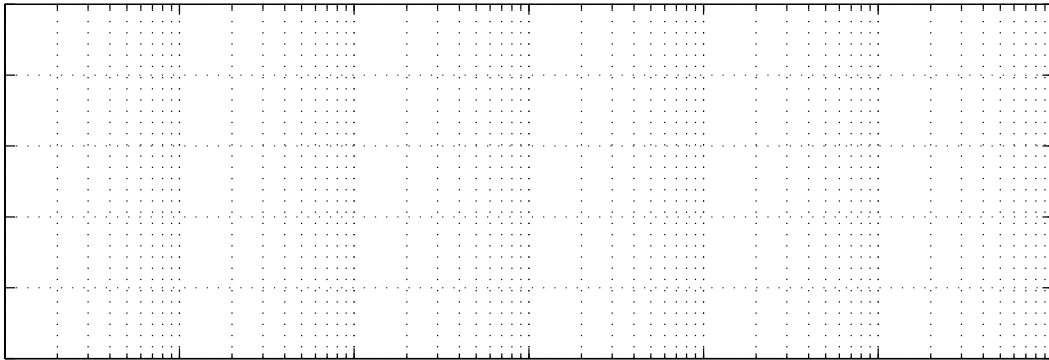
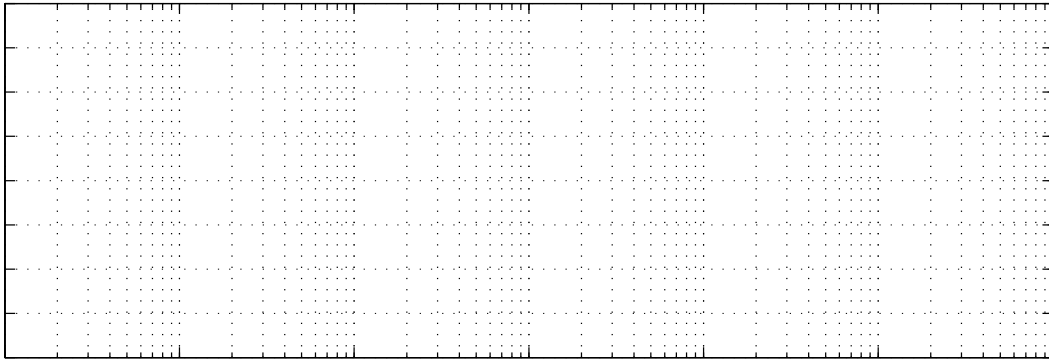
3.3 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene inserito nello schema di controllo in figura:



Determinare la funzione di trasferimento $R(s)$ di un regolatore PI in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

- i) l'errore $e(t) = y^o(t) - y(t)$ a transitorio esaurito è nullo quando $y^o(t) = A \text{sca}(t)$ e $d(t) = B \text{sca}(t)$, dove $A \in [-1, 1]$ e $B \in [0.5, 1]$;
- ii) i transitori si esauriscono in circa 50 unità di tempo, senza oscillazioni ripetute;
- ii) il disturbo sinusoidale $d(t) = \text{sen}(\omega t)$ alle pulsazioni $\omega \leq 0.01$ viene attenuato sull'uscita y di un fattore maggiore o uguale a 10.

Scrivere $R(s)$ nella forma standard: $R(s) = k\left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$.



4. Descrivere in modo sintetico la struttura di un regolatore realizzato in tecnologia digitale per il controllo in retroazione di un sistema lineare a tempo continuo.