FONDAMENTI DI AUTOMATICA – Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2019/20 – Appello del 2 luglio 2020

1. Si consideri il sistema non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + u(t)\\
\dot{x}_2(t) &= x_1^2(t) + 2x_2(t) + u(t)\\
y(t) &= x_2(t)
\end{aligned}
$$

1.1 [2.5 punti] Determinare l'espressione analitica del movimento dello stato e dell'uscita associati all'ingresso costante $u(t) = 2, t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = 2$ e $x_2(0) = -3+\epsilon$, dove ϵ è un parametro reale.

1.2 [2 punti] Determinare lo stato di equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ associato all'ingresso costante $u(t) = 2, \forall t$, e verificare che è instabile.

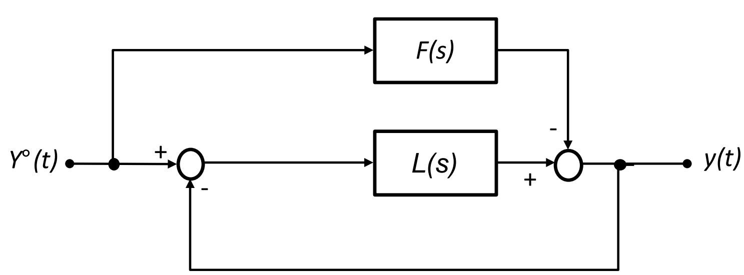
1.3 [3 punti] Il sistema viene retroazionato con la legge di retroazione sull'uscita

$$u(t) = ky(t) + \bar{v},$$

dove k e $\bar{v}$ sono parametri reali. Si chiede di

- scrivere le equazioni del sistema retroazionato
- determinare se esistono valori di k e $\bar{v}$ tali che $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ calcolato al punto 1.2 sia stato di equlibrio asinoticamente stabile del sistema retroazionato

2. Si consideri il sistema con ingresso y° e uscita y in figura, ottenuto mediante interconnessione di due sistemi lineari senza autovalori nascosti con funzione di trasferimento $F(s)$ e $L(s)$.



2.1 [2 punti] Determinare l'espressione della funzione di trasferimento $H(s)$ del sistema con ingresso y° e uscita y in funzione di $F(s)$ e $L(s)$.

2.2 [3.5 punti] Posto

$$L(s) = \frac{1}{s+\alpha} \qquad F(s) = \frac{1}{s^2+\beta_1 s+\beta_2}$$

valutare per quali valori dei parametri reali α, β_1 e β_2 il sistema con ingresso y° e uscita y è asintoticamente stabile.

3. Si consideri il sistema lineare di ordine 2 con ingresso u ed uscita y descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{30(s+300)}{(s+3)(s+3000)}.$$

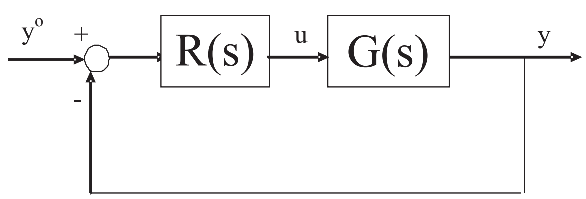
3.1 [3 punti] Determinare l'espressione analitica del movimento forzato dell'uscita $y(t)$, $t \geq 0$, del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ all'ingresso $u(t) = e^{-300t}$, $t \geq 0$. É possibile verificare la correttezza dell'espressione ottenuta confrontando valore iniziale e finale di $y(t)$ con quelli determinati mediante i teoremi del valore iniziale e finale?

3.2 [2.5 punti] Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase asintotici ed esatti della risposta in frequenza associata a $G(s)$.

3.3 [2.5 punti] Scrivere l'espressione analitica della risposta di regime del sistema all'ingresso

$$u(t) = 2 + 10cos(30t).$$

3.4 [4 punti] Il sistema viene retroazionato secondo lo schema in figura.



Progettare un regolatore $R(s)$ della famiglia dei PID in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

i) se $y^\circ(t) = Asca(t)$, $t \geq 0$, allora $y(t)$ tende ad A, qualunque sia $A \in \Re$

ii) la pulsazione critica è $\omega_c = 30$ ed il margine di fase $\phi_m \geq 70°$

iii) il regolatore ha ordine minimo, compatibilmente con i requisiti precedenti.

3.5 [2.5 punti] Tracciare l'andamento qualitativo della risposta forzata del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ allo scalino $u(t) = sca(t)$, $t \geq 0$, e confrontarla con quella del sistema retroazionato progettato con ingresso $y^\circ(t) = sca(t)$, $t \geq 0$ (evidenziare in entrambi i grafici valore finale, iniziale e tempo di assestamento).

3.6 [1.5 punti] Si supponga che l'ingresso di controllo u saturi quando raggiunge il valore 10 in modulo. Disegnare lo schema con cui viene realizzata la parte PI del regolatore PID progettato per evitare il fenomeno del wind-up.

4. [1.5 punti] Con riferimento alle esercitazioni di laboratorio, si descriva brevemente il problema di controllo affrontato specificando variabili di controllo, controllate e gli eventuali disturbi.

5. [2.5 punti] Descrivere in modo sintetico e chiaro il problema della realizzazione digitale del controllore con funzione di trasferimento $R(s)$ progettato a tempo continuo, da inserire in uno schema classico di controllo in retroazione. A tale scopo, tracciare il diagramma a blocchi relativo e descriverne le componenti.