

*POLITECNICO DI MILANO*

## **FONDAMENTI DI AUTOMATICA**

**Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni**

**Allievi da CM (incluso) a IM (escluso)**

**Prof. Maria Prandini**

Anno Accademico 2017/18

Appello del 10 gennaio 2019

COGNOME E NOME .....

MATRICOLA .....

FIRMA .....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)u^2(t) + x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_2^3(t) - u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

1.1 Calcolare gli stati di equilibrio del sistema associati all'ingresso costante  $u(t) = \bar{u}$ ,  $\forall t \geq 0$ .

1.2 Posto  $\bar{u} = 1$ , valutare le proprietà di stabilità degli stati di equilibrio calcolati al punto precedente.

1.3 Calcolare l'espressione analitica del movimento dell'uscita del sistema non lineare associato all'ingresso  $u(t) = 1$ ,  $t \geq 0$ , ed alla condizione iniziale  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = 1$ .

2. Si consideri il seguente sistema lineare dove  $\alpha$  è un parametro reale:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \alpha x_1(t) - 10x_2(t) + u(t) \\ y(t) = x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

2.1 Per quali valori di  $\alpha$  il sistema è asintoticamente stabile?

2.2 Posto  $\alpha = 0$ , scrivere l'espressione analitica del movimento libero dell'uscita  $y(t)$  associato alla condizione iniziale  $x_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 1$ .

2.3 Posto  $\alpha = 0$ ,

(i) ricavare la funzione di trasferimento del sistema con ingresso  $u$  ed uscita  $y$  e

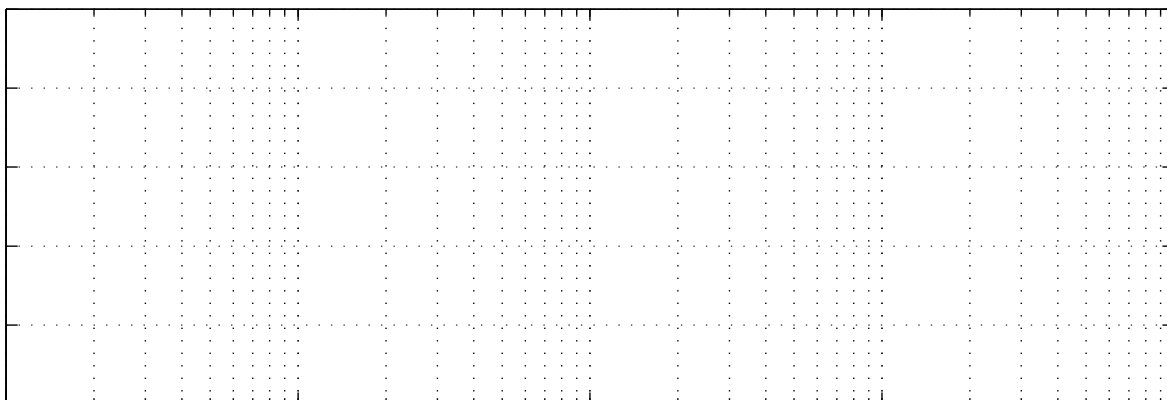
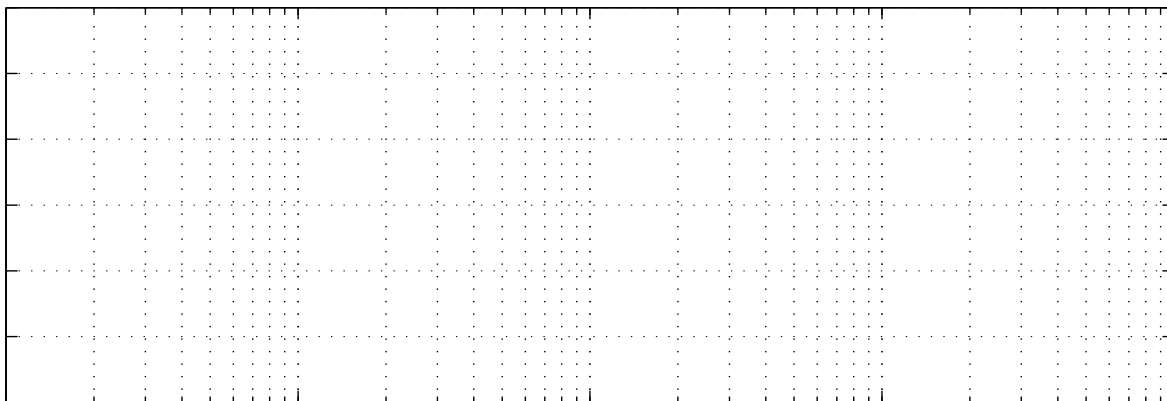
(ii) tracciare l'andamento del movimento forzato dell'uscita associato all'ingresso a scalino unitario (riportare nel grafico valore iniziale, finale, e tempo di assestamento).

3. Si consideri la funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{1 - 0.5s}{(1 + 5s)(1 + 50s)}$$

di un sistema lineare di ordine  $n = 2$  con ingresso  $u$  ed uscita  $y$ .

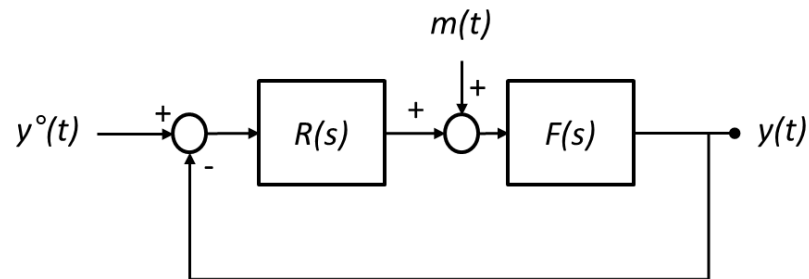
3.1 Tracciare i diagrammi di Bode (asintotici ed esatti) del modulo e della fase della risposta in frequenza associata a  $F(s)$ .



3.2 Disegnare il diagramma polare di  $F(s)$ .

3.3 Si consideri l'ingresso  $u(t) = \text{sen}(0.02t) + \text{sen}(100t)$ . Scrivere l'espressione di regime  $y_\infty(t)$  dell'uscita. In quanto tempo l'uscita  $y(t)$  si assesta a tale andamento?

4. Si consideri il sistema retroazionato in figura dove  $F(s)$  è la funzione di trasferimento del sistema



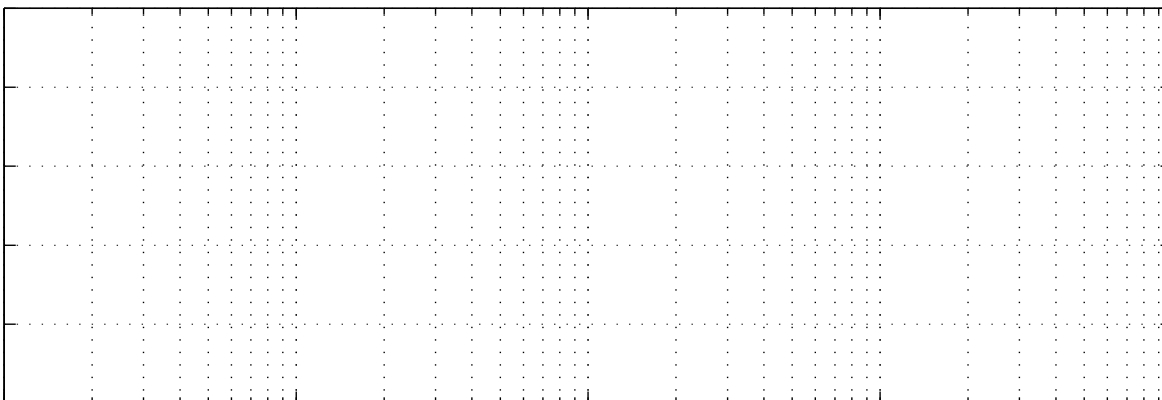
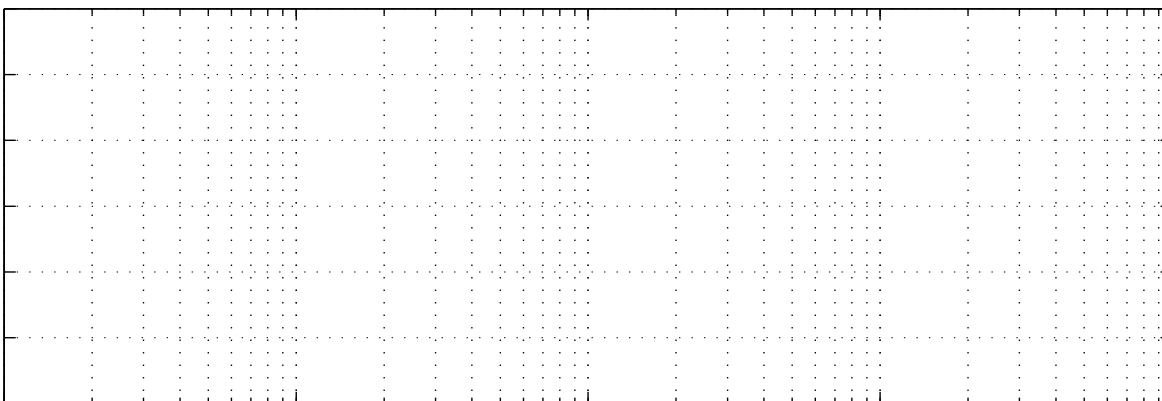
dell'esercizio precedente e

$$R(s) = k \frac{1 + 50s}{s}$$

è la funzione di trasferimento di un sistema di ordine 1 con guadagno  $k$ .

4.1 Valutare per quali valori di  $k > 0$  il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

4.2 Posto  $k = \frac{1}{100}$ , rappresentare i diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento ad anello chiuso da  $y^\circ(t)$  a  $y(t)$ . Fornire una stima dei poli della funzione di trasferimento ad anello chiuso da  $y^\circ(t)$  a  $y(t)$ .



4.3 In quanto tempo l'uscita  $y(t)$  si assesta al valore di regime quando  $y^\circ(t) = sca(t)$  e  $m(t) = 0, t \geq 0$ ?

4.4 Calcolare la funzione di trasferimento dall'ingresso  $m(t)$  all'uscita  $y(t)$ .



**5.** Con riferimento all'esperimento svolto in laboratorio, descrivere in modo chiaro e sintetico il problema di controllo affrontato.