

FONDAMENTI DI AUTOMATICA – PROF. MARIA PRANDINI
ANNO ACCADEMICO 2020/21

14 gennaio 2022

Cognome:

Nome:

Codice persona:

Firma:

Note:

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. [7 punti] Si consideri il sistema con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni:

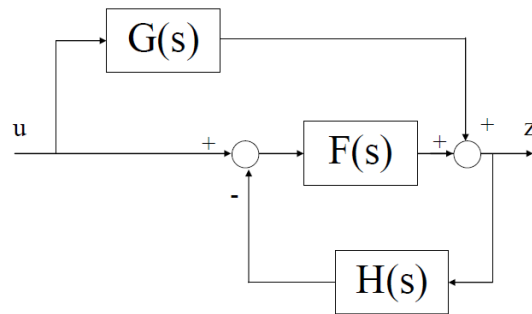
$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1^3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + x_1(t) + u(t) \\ y(t) &= x_2(t) \end{aligned} \tag{1}$$

1.1 [1.5 punti] Dire, motivando la risposta, se il sistema è lineare o non lineare, statico o dinamico, strettamente proprio o proprio.

1.2 [2.5 punti] Tracciare l'andamento qualitativo del movimento dell'uscita del sistema descritto dalle equazioni (1) associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 1$ e $x_2(0) = 0$ e all'ingresso $u(t) = 1$, $t \geq 0$ (indicare nella figura valore iniziale, finale, e tempo di assestamento).

1.3 [3 punti] Determinare lo stato e l'uscita di equilibrio associati all'ingresso costante $u(t) = 1$, $\forall t$. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno a tale equilibrio e determinare la sua funzione di trasferimento. È possibile dalla funzione di trasferimento calcolata dedurre le proprietà di stabilità dell'equilibrio? Motivare la risposta.

2. [4 punti] Si consideri lo schema in figura, dove $G(s)$, $F(s)$, e $H(s)$ sono le funzioni di trasferimento di sistemi lineari completamente raggiungibili e osservabili.



2.1 [1.5 punti] Scrivere l'espressione della funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema con ingresso u e uscita z in termini di $G(s)$, $F(s)$, e $H(s)$.

2.2 [2.5 punti] Posto

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2} \quad F(s) = \frac{1}{s + 1} \quad H(s) = \frac{s + 1}{s + \beta},$$

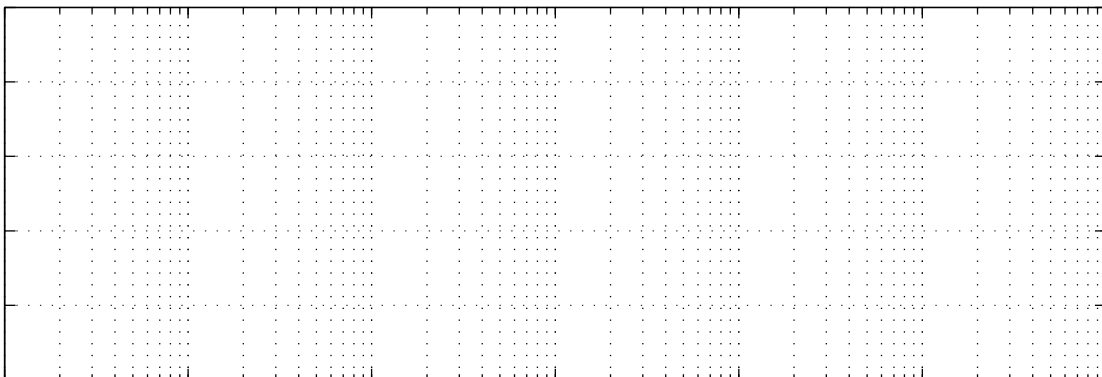
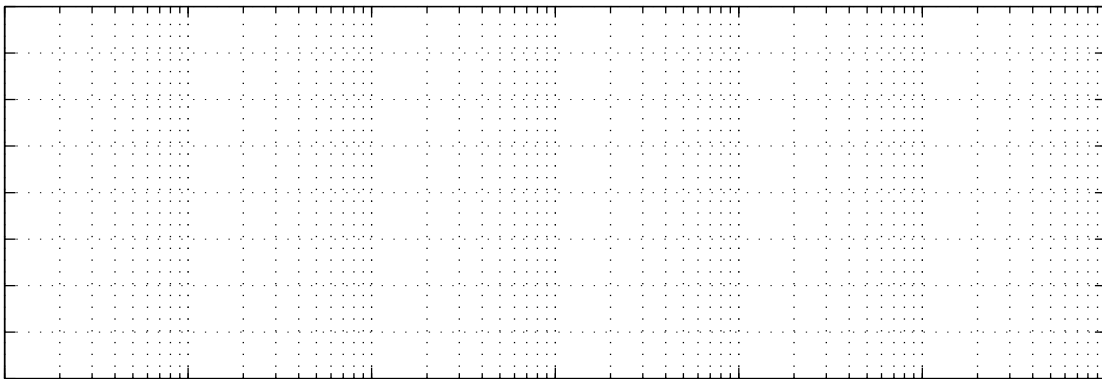
valutare le proprietà di stabilità del sistema con ingresso u e uscita z in funzione di α_1 , α_2 e β .

3. [10 punti] Si consideri la seguente funzione di trasferimento:

$$F(s) = \frac{10^4(s + 2)}{(s + 20)(s + 1000)}$$

di un sistema lineare di ordine 2 con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.

3.1 [2.5 punti] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici ed esatti del modulo e della fase della risposta in frequenza associata a $F(s)$.



3.2 [2 punti] Dopo avere verificato che il sistema è asintoticamente stabile, determinarne la risposta di regime all'ingresso $u(t) = \cos(20t) + 2\sin(1000t)$.

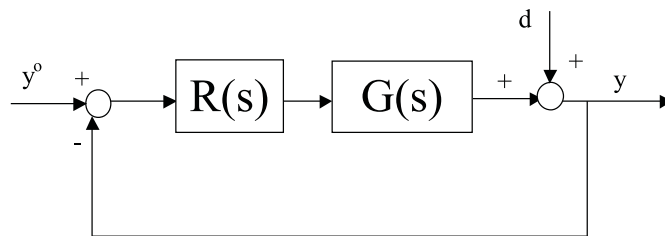
3.3 [3.5 punti] Disegnare il diagramma polare di $F(s)$ e valutare tramite il criterio di Nyquist se il sistema retroazionato con retroazione positiva unitaria è asintoticamente stabile.

3.4 [2 punti] Determinare la trasformata di Laplace del movimento forzato dell'uscita $y(t)$ del sistema con funzione di trasferimento $F(s)$ associato all'ingresso $u(t) = e^{-2t}$. Calcolare $y(0)$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ con i teoremi del valore iniziale e finale, se possibile.

4. [8 punti] Il sistema lineare asintoticamente stabile con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)^2}$$

viene inserito nello schema classico di controllo in retroazione in figura, dove $d(t)$ è un disturbo additivo sull'uscita.



4.1 [5.5 punti] Determinare la funzione di trasferimento $R(s)$ del regolatore in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

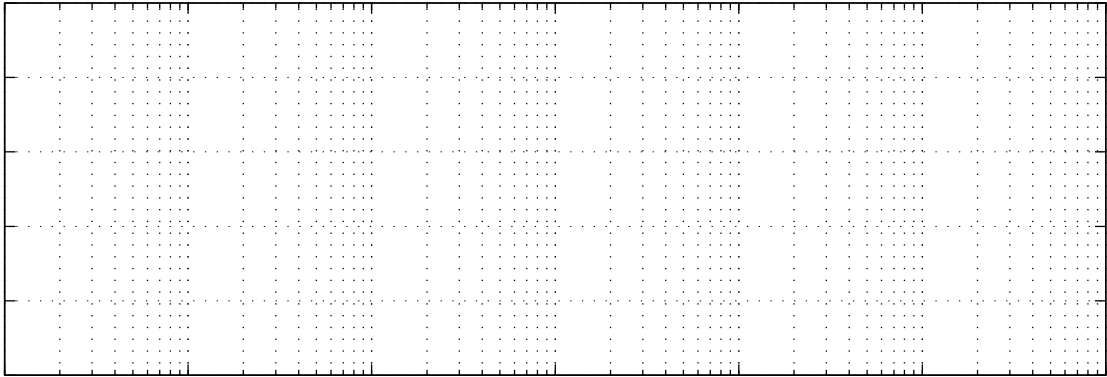
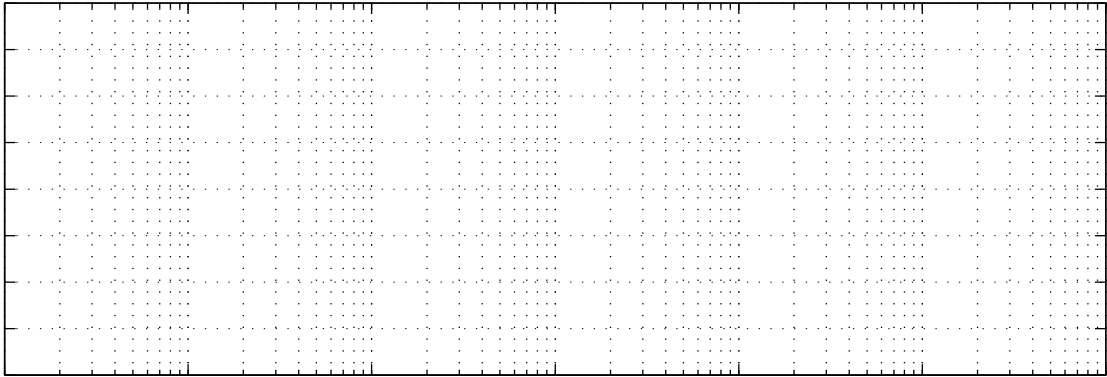
(a) [2 punti] Si supponga che il regolatore sia di tipo proporzionale con guadagno k : $R(s) = k$. Determinare per quali valori di $k > 0$ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

(b) [3.5 punti] Determinare la funzione di trasferimento $R(s)$ di un regolatore PI da inserire nello schema in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

(i) l'errore a transitorio esaurito è nullo quando $y^o(t) = Asca(t)$ e $d(t) = 0$, $t \geq 0$;

ii) la pulsazione critica ω_c è maggiore o uguale a 1;

iii) il margine di fase ϕ_m è circa 90° .



4.2 [2.5 punti] Tracciare l'andamento qualitativo del movimento forzato dell'uscita $y(t)$ del sistema di controllo progettato associato a $d(t) = sca(t)$ e $y^\circ(t) = 0, t \geq 0$ (specificare valore iniziale, valore finale e tempo di assestamento).

5. [2 punti] Si rappresenti lo schema che viene adottato nell'implementazione di un regolatore PID per evitare azioni di controllo impulsive dovute a variazioni a scalino del segnale di riferimento e per ovviare al fenomeno della saturazione dell'azione integrale.

6. [2 punti] Con riferimento alle esercitazioni di laboratorio, descrivere brevemente il procedimento utilizzato per ricavare un modello matematico del sistema da controllare.