POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Allievi da CM (incluso) a IM (escluso)

Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2017/18

Appello del 21 giugno 2018

COGNOME E NOME ....

MATRICOLA ....

FIRMA …...

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 2x_1(t) - x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -3x_2(t) + 3u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \tag{1}$$

1.1 Determinare stato e uscita di equilibrio ($(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ e $\bar{y}$) associati all'ingresso $u(t) = 2$, $t \geq 0$.

1.2 Determinare l'espressione analitica del movimento dell'uscita del sistema associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 2 + \epsilon$ e $x_2(0) = 2$, e all'ingresso $u(t) = 2$, $t \geq 0$, dove ϵ è un parametro reale.

1.3 Valutare le proprietà di stabilità dello stato di equilibrio calcolato al punto 1.1.

1.4 Al sistema descritto dalle equazioni (1) viene applicata la legge di controllo $u(t) = ky(t) + v(t)$ ottenendo il sistema retroazionato

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= 2x_1(t) - x_2^2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= -3x_2(t) + 3kx_1(t) + 3v(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned}$$

Determinare, se possibile, un valore $\bar{v}$ per l'ingresso $v(t)$ e un valore di k tale che il sistema retroazionato abbia come stato di equilibrio associato all'ingresso $v(t) = \bar{v}$, $t \geq 0$, lo stato $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ calcolato al punto 1.1 ed esso sia asintoticamente stabile.

2. Si consideri il sistema lineare con ingresso v ed uscita z descritto dalle seguenti equazioni:

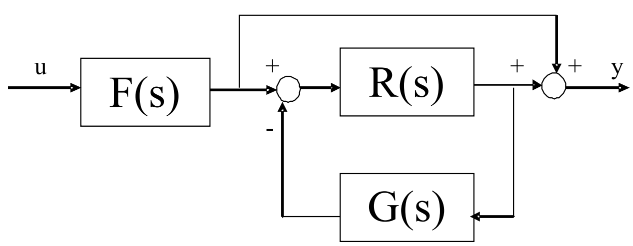
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -10x_2(t) + v(t) \\ z(t) = 2x_1(t) \end{cases}$$

2.1 Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema. É possibile valutare le proprietà di stabilità del sistema dalla funzione di trasferimento $G(s)$ calcolata?

2.2 Tracciare l'andamento qualitativo della risposta forzata $z(t)$ allo scalino unitario $v(t) = 1$, $t \geq 0$, del sistema.

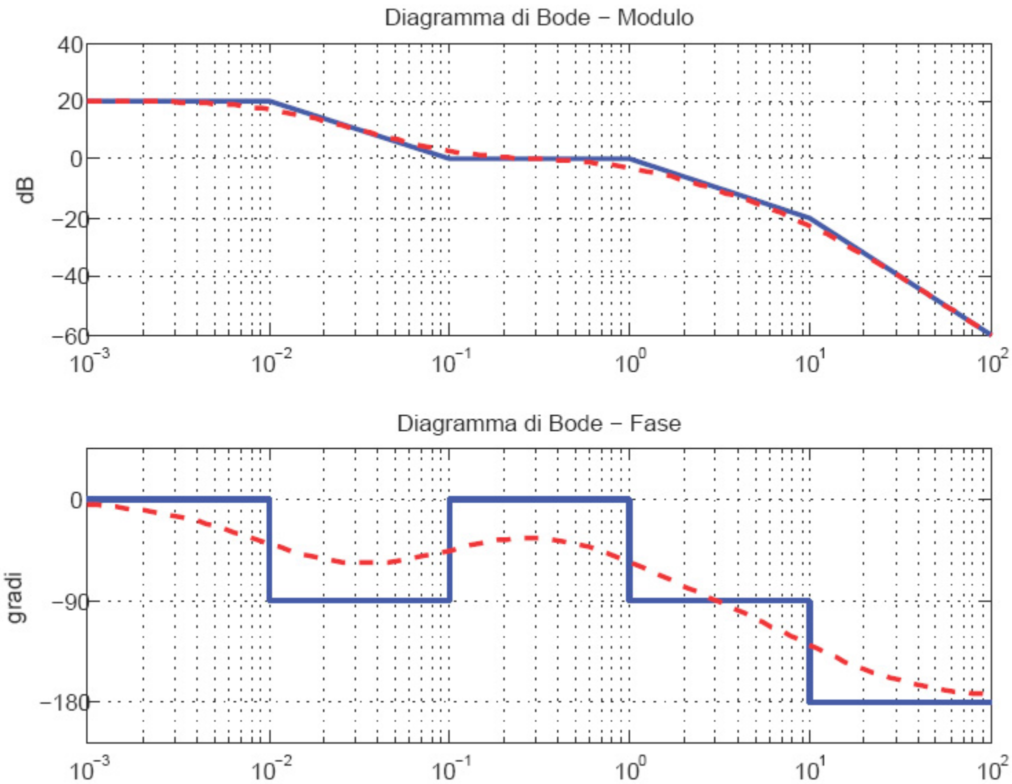
2.3 Si consideri il movimento dell'uscita $z(t)$ associato all'ingresso $v(t) = 1 + e^{-t}$, $t \geq 0$, e alla condizione iniziale $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$. Dire, motivando la risposta, a quale valore tende asintoticamente la differenza tra di esso ed il movimento dell'uscita calcolato al punto precedente.

2.4 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene inserito nello schema in figura dove $R(s)$ e $F(s)$ sono le funzioni di trasferimento di sistemi lineari.



Determinare l'espressione della funzione di trasferimento del sistema interconnesso con ingresso u e uscita y in funzione di $G(s)$, $R(s)$ e $F(s)$.

3. In figura sono rappresentati i diagrammi della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare con ingresso u ed uscita y senza autovalori nascosti.



3.1 Dire, giustificandola risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

a) il sistema è asintoticamente stabile.

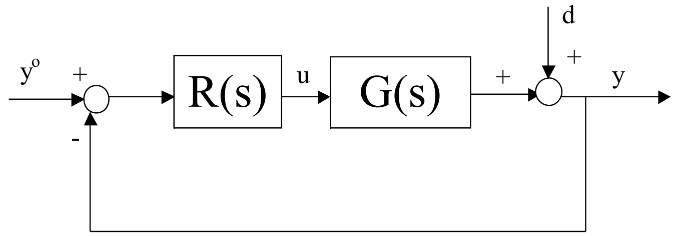
b) i segnali sinusoidali $u(t) = sen(\bar{\omega}t)$ con pulsazione $\bar{\omega} > 10$ sono attenuati sull'uscita y di un fattore maggiore o uguale a 2.

c) la risposta allo scalino del sistema si assesta al valore di regime senza oscillazioni ripetute.

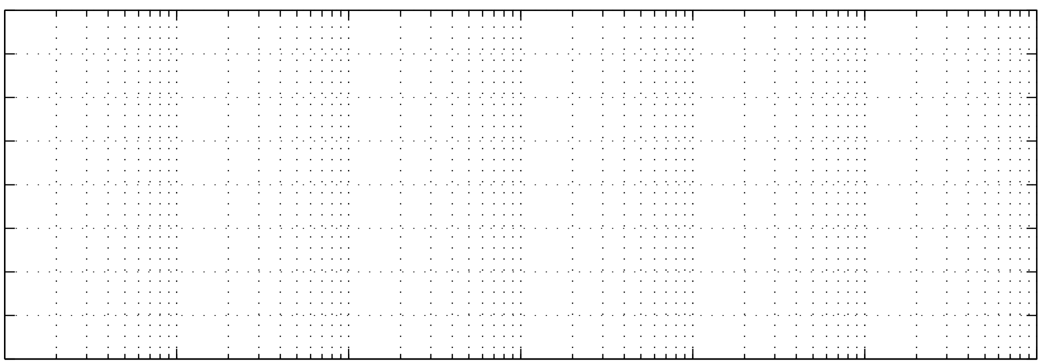
d) la risposta allo scalino del sistema si assesta in circa 0.5 unità di tempo.

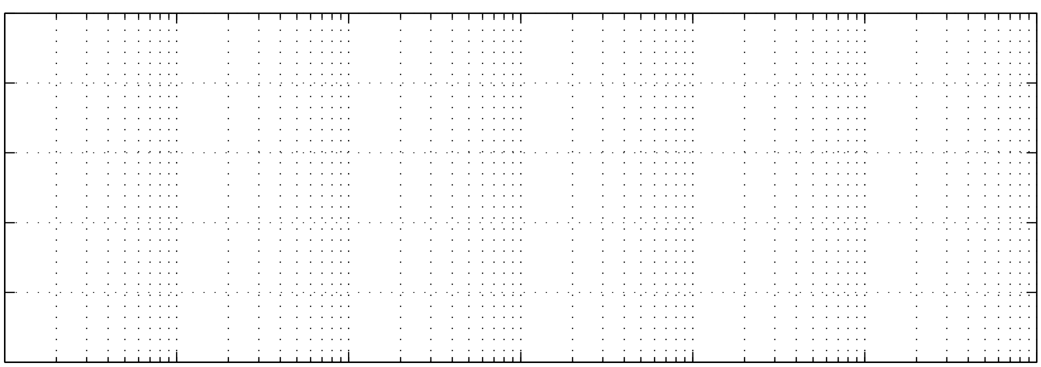
3.2 Scrivere l'espressione analitica della risposta di regime $y_\infty(t)$ all'ingresso $u(t) = 2 + sen(100t) + cos(10^{-3}t)$.

3.3 Si supponga di retroazionare il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ secondo lo schema in figura, dove d rappresenta un disturbo additivo sull'uscita.



Determinare la funzione di trasferimento $R(s) = k\left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$ di un regolatore PI in modo che:
i) l'errore $e(t) = y^{\circ}(t) - y(t)$ a transitorio esaurito sia nullo quando $y^{\circ}(t) = Asca(t)$, dove l'ampiezza A dello scalino soddisfa $|A| < 1$;
ii) la pulsazione critica ω_c sia circa uguale a 1 e il margine di fase ϕ_m sia maggiore di 70°.





3.3 Tracciare l'andamento qualitativo del movimento forzato dell'uscita $y(t)$ quando $y^{\circ}(t) = 0$, $t \geq 0$, e $d(t) = 0.1$, $t \geq 0$.

3.4 Si supponga che l'ingresso di controllo saturi quando raggiunge il valore 10 in modulo. Disegnare lo schema con cui viene realizzata il regolatore PI per evitare il fenomeno del wind-up.

4. Con riferimento all'esperimento svolto in laboratorio, descrivere in modo chiaro e sintetico il problema di controllo affrontato.