POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Informatica – Allievi da E a O)
Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2012/13

Appello del 26 luglio 2013

NOME ....

MATRICOLA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

1. Si consideri il sistema lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -4x_1(t) - 2x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\ y = 5x_1(t) \end{cases}$$

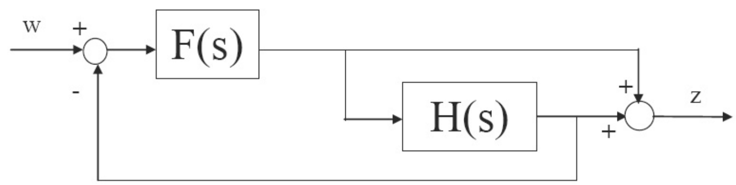
1.1 Dire se il sistema è asintoticamente stabile, motivando la risposta.

1.2 Determinare l'espressione analitica del movimento libero dell'uscita associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 2$.

1.3 Determinare la funzione di trasferimento $F(s)$ da $u(t)$ a $y(t)$.

1.4 Scrivere l'espressione analitica dell'uscita di regime $y_\infty(t)$ quando $u(t) = sca(t) + sen(0.1t)$. In quanto tempo $y(t)$ si assesta all'uscita di regime calcolata?

1.5 Il sistema viene inserito nello schema in figura dove $H(s)$ è la funzione di trasferimento di un sistema lineare. Scrivere l'espressione della funzione di trasferimento del sistema interconnesso con ingresso $w(t)$ ed uscita $z(t)$.



2. Si consideri il sistema non lineare che modella un serbatoio di acqua:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\alpha}{S}\sqrt{x(t)} + \frac{1}{S}u(t) \\ y = Sx \end{cases}$$

dove la superficie di base S del serbatoio è pari a 1 e il coefficiente α è pari a 2. L'ingresso $u(t)$ rappresenta la portata d'acqua in ingresso, $y(t)$ il volume di liquido contenuto nel serbatoio, e la variabile di stato $x(t)$ il livello di fluido.

2.1 Trovare lo stato di equilibrio $\bar{x}$ del sistema associato all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 4$.

2.2 Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno all'equilibrio determinato al punto precedente e calcolarne la funzione di trasferimento.

2.3 Valutare le proprietà di stabilità dell'equilibrio determinato al punto 2.1.

2.4 Disegnare l'andamento qualitativo del movimento dell'uscita del sistema non lineare di partenza quando esso è inizializzato all'equilibrio $\bar{x}$ associato all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 4$ (cioè $x(0) = \bar{x}$) e viene applicata una variazione della portata pari a $\Delta u(t) = 0.5 sca(t-1)$ (cioè $u(t) = \bar{u} + \Delta u(t)$, $t \geq 0$).

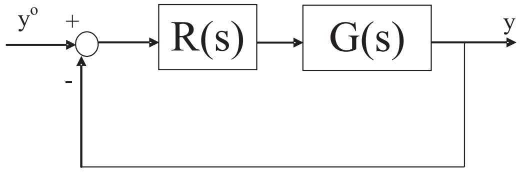
3. Sia data la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{100}{(1 + 0.1s)(1 + s0.05)^2}$$

di un sistema lineare asintoticamente stabile.

3.1 Disegnare l'andamento del movimento forzato dell'uscita $y(t)$ quando si applica in ingresso al sistema rappresentato da $G(s)$ un segnale a scalino di ampiezza unitaria (indicare valore iniziale, finale e tempo di assestamento).

3.2 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene inserito nello schema di controllo in retroazione in figura.

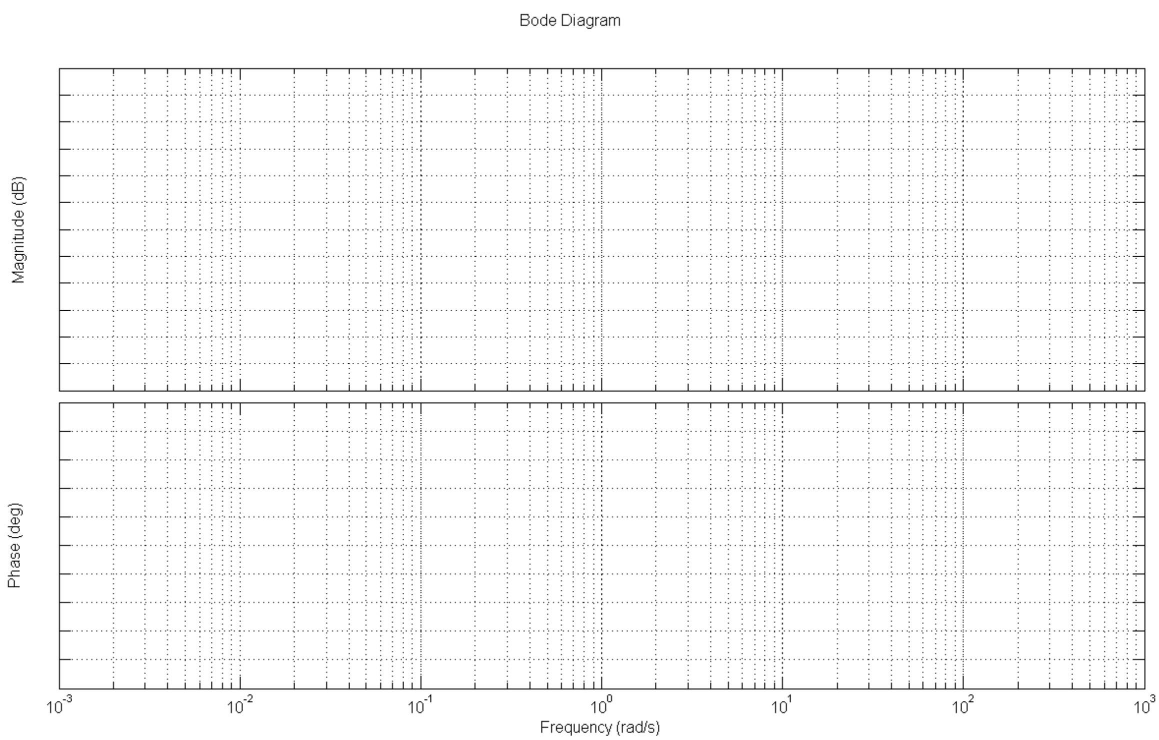


Progettare la funzione di trasferimento $R(s)$ del regolatore in modo che siano soddisfatti i seguenti requisiti:

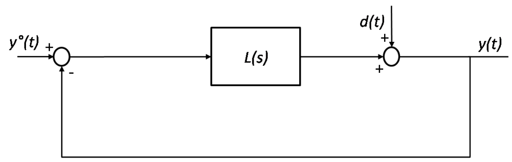
i) se $y^\circ(t) = Asca(t)$, allora l'uscita $y(t)$ tende al valore A;

ii) il margine di fase ϕ_m è maggiore di 70° e la fase critica ω_c è circa uguale a 10;

iii) il regolatore ha ordine minimo possibile compatibilmente con il requisito ai punti i) e ii).

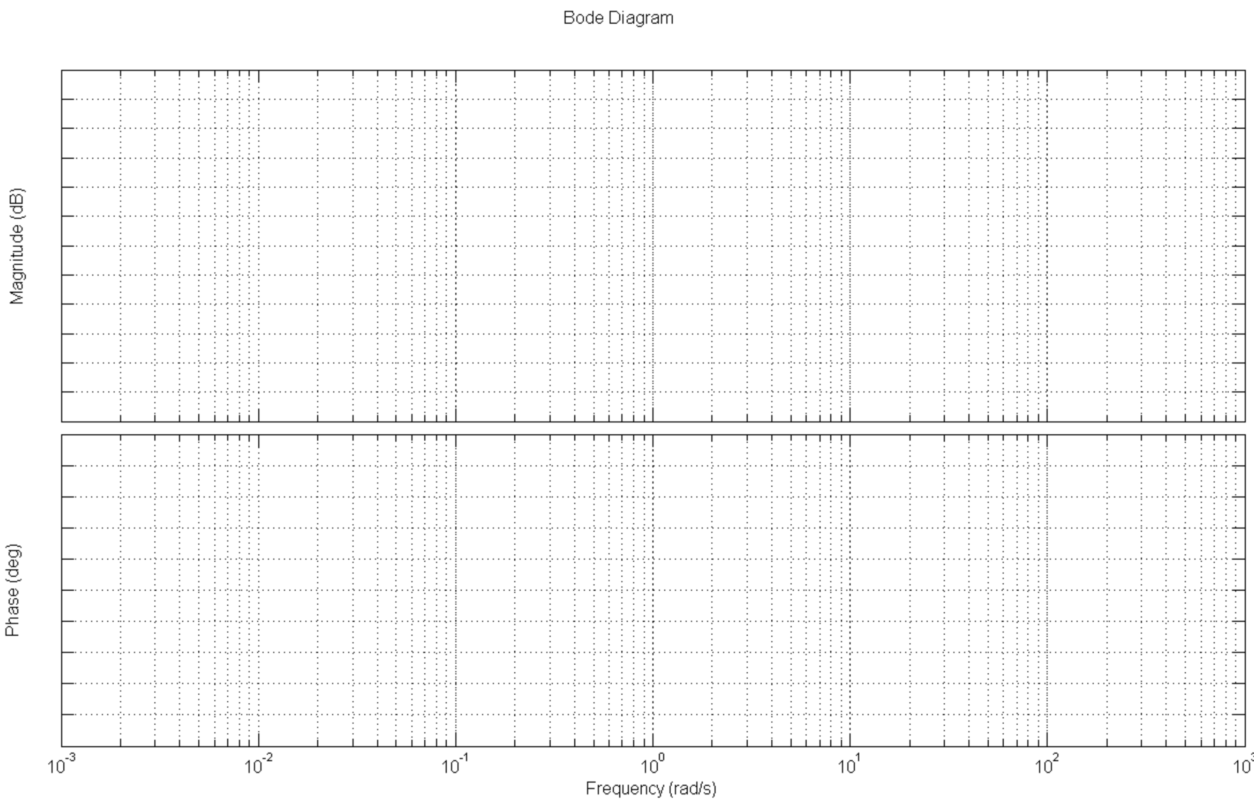


4. Si consideri il sistema retroazionato mostrato di seguito: in cui $L(s) = \frac{0.1}{s(1+s)}$ è la funzione di



trasferimento di un sistema di ordine 2.

4.1 Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase (approssimati ed esatti) della risposta in frequenza di $L(s)$.



4.2 Verificare che il sistema ad anello chiuso è asintoticamente stabile e fornire una stima dei poli dominanti della funzione di trasferimento da $y^o(t)$ a $y(t)$.

4.3 Sia $y^o(t) = 0$ e $d(t) = Asin(\omega t)$. Indicare per quali valori della pulsazione ω l'effetto di $d(t)$ su $y(t)$ è minore in modulo di A.

5. Con riferimento alle esercitazioni sperimentali di laboratorio, si descriva brevemente il procedimento utilizzato per ricavare modelli matematici del sistema da controllare a partire dalla misura della sua risposta allo scalino.