POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Informatica – Allievi da E a O)
Prof. Maria Prandini

Anno Accademico 2011/12

II Prova in Itinere del 29 giugno 2012

NOME ....

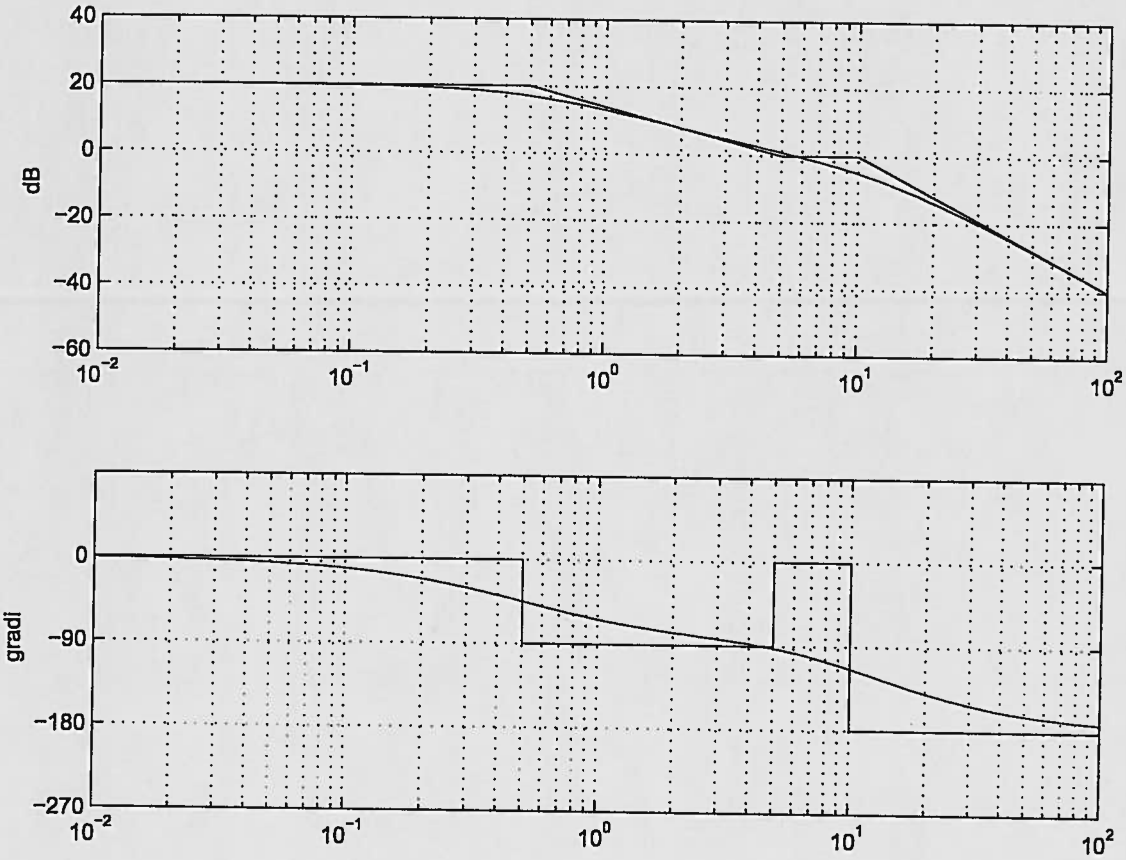
MATRICOLA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

Esercizio 1 [16 punti]

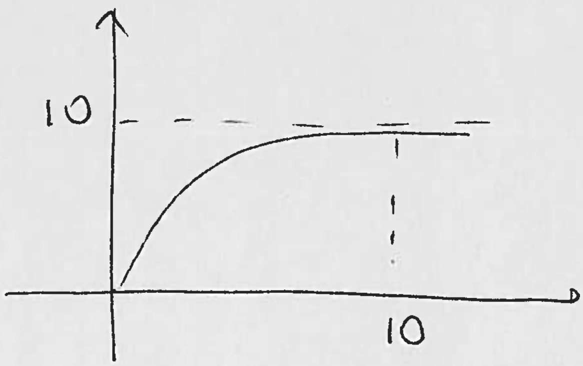
In figura sono rappresentati i diagrammi di Bode (esatti e approssimati) del modulo e della fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema dinamico lineare di ordine 3.



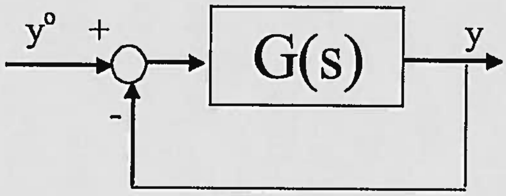
1.1 Verificare che il sistema è asintoticamente stabile e tracciare la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = sca(t)$.

$p_1 = -0,5$ $\qquad n = 3 \implies$ A.S.

$p_2 = p_3 = -10$



1.2 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene retroazionato con retroazione negativa unitaria come indicato in figura.



a) Verificare che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e tracciare la risposta del sistema all'ingresso $y^o(t) = sca(t)$.

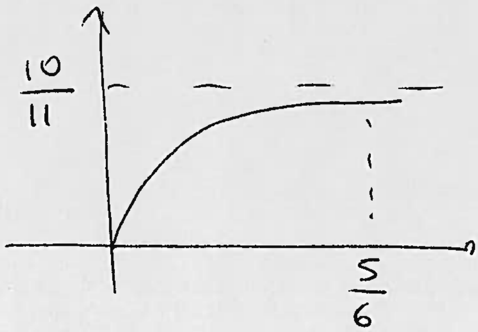
LE CONDIZIONI DI APPLICABILITÀ DEL CRITERIO DI BODE SONO VERIFICATE.

- $\omega_c \simeq 6 \to \varphi_m \simeq 80^\circ > 0$
- $\mu_G > 0$

$\Rightarrow$ A.S.

$\varphi_m > 60^\circ \Rightarrow$ F.D.T. $y^o \to y$

$$F(s) \simeq \frac{\mu_F}{1+\frac{s}{\omega_c}} = \frac{\frac{10}{11}}{1+\frac{s}{6}}$$



b) Determinare l'espressione analitica della risposta di regime del sistema retroazionato all'ingresso $y^\circ(t) = sen(100t) + cos(0.01t)$. Valutare il tempo necessario affinchè la risposta del sistema si assesti a quella di regime calcolata.

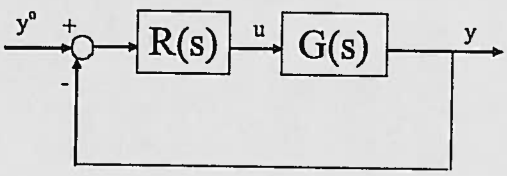
$$|F(i\omega)| = \frac{|G(i\omega)|}{|1+G(i\omega)|} \simeq \begin{cases} |G(i\omega)|, & \omega > \omega_c \\ 1, & \omega < \omega_c \end{cases}$$

$$\measuredangle F(i\omega) = \measuredangle G(i\omega) - \measuredangle(1+G(i\omega)) \simeq \begin{cases} \measuredangle G(i\omega), & \omega > \omega_c \\ 0, & \omega < \omega_c \end{cases}$$

$$y_\infty(t) \simeq \frac{1}{100} sen(100t - \pi) + cos(0{,}01\,t)$$

$$T_a \simeq \frac{5}{6}$$

1.3 Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene inserito nello schema di controllo in figura, dove $R(s)$ è la funzione di trasferimento del regolatore.



a) Posto $R(s) = k$, dire se esiste un valore di $k > 1$ tale che il sistema retroazionato non è asintoticamente stabile.

∄ $K>1$ CHE RENDE IL SISTEMA RETROAZIONATO NON A.S. PERCHÉ $\forall K>1$ È APPLICABILE IL CRITERIO DI BODE E $\varphi_M = 180^\circ - |\measuredangle G(i\omega_c)| > 0 \ \forall \omega_c$

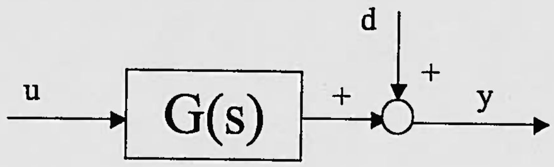
b) Posto $R(s) = \frac{k}{s}$, dire se esiste un valore di $k > 1$ tale che il sistema retroazionato non è asintoticamente stabile.

$\frac{1}{s} G(s)\Big|_{s=i\omega}$ HA ANDAMENTO DEL MODULO DECRESCENTE CON ω_c BEN DEFINITA, LA FASE È PARI A QUELLA DI $G(i\omega) - 90^\circ$.

BASTA SCEGLIERE $K > 1$ SUFFICIENTEMENTE ELEVATO DA AVERE $\omega_c > 6$.

Esercizio 2 [14 punti]

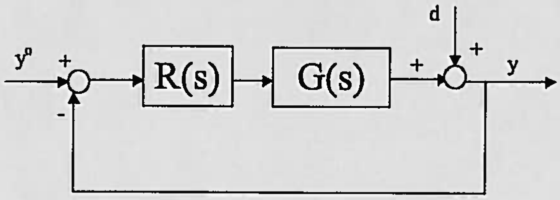
Si consideri il sistema asintoticamente stabile con ingresso u ed uscita y rappresentato in figura.



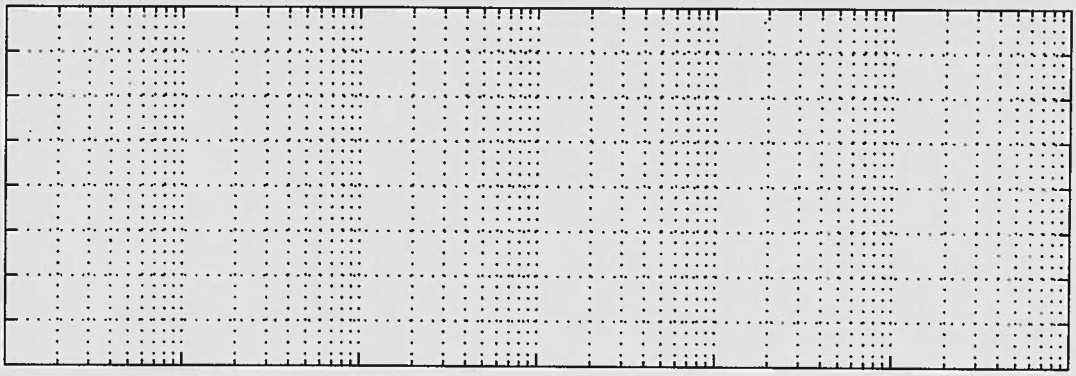
Il segnale d rappresenta un disturbo additivo sull'uscita e

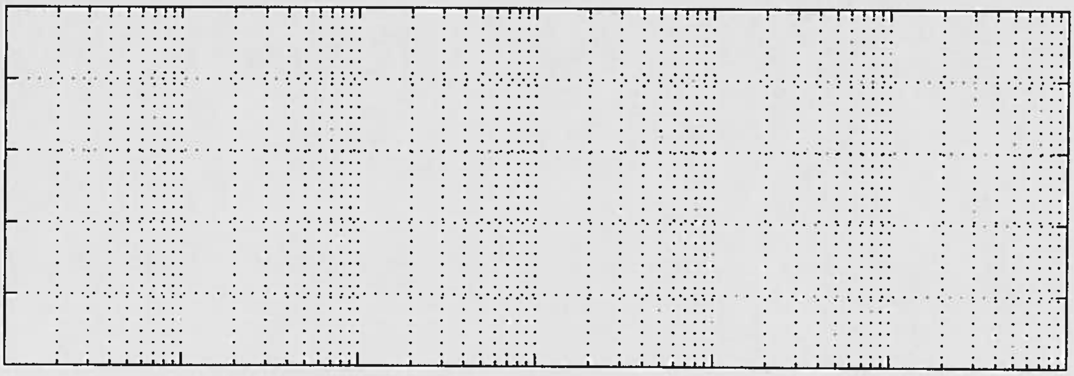
$$G(s) = \frac{5(s+20)}{(s+0.1)(s+10)(s+100)}.$$

2.1 Determinare la funzione di trasferimento $R(s)$ di un regolatore PI da inserire nello schema in figura



in modo da soddisfare le seguenti specifiche:
i) l'errore a transitorio esaurito quando $y^o(t) = Asca(t)$ e $d(t) = 0$, è nullo;
ii) la pulsazione critica ω_c è circa uguale a 1 e il margine di fase ϕ_m è maggiore di 70°.
Scrivere $R(s)$ nella forma standard: $R(s) = k(1 + \frac{1}{sT_I})$.





$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{0.1}}{s} = \frac{1}{s} + 10 = 10\left(1 + \frac{1}{s10}\right)$$

$K = 10 \qquad T_I = 10$

2.2 Con riferimento al sistema di controllo progettato, dire, motivando la risposta, quale dei seguenti disturbi passa invariato sull'uscita $y(t)$ e quale viene invece attenuato, specificando il fattore di attenuazione: a) $d(t) = 2sca(t)$; b) $d(t) = sen(100t)$; c) $d(t) = sen(0.1t)$.

F.D.T. $d \rightarrow y : H(s) = \dfrac{1}{1 + R(s)G(s)} = \dfrac{1}{1 + L(s)}$

a) $y_\infty = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \dfrac{1}{1+L(s)} \cdot \dfrac{2}{\cancel{s}} = 0 \leftarrow$ ANNULLATO

b) $y_\infty(t) = \left| \dfrac{1}{1+L(i100)} \right| sen(100t + \varphi) \simeq sen(100t + \varphi)$

$100 > \omega_c$ PASSA INVARIATO

c) $y_\infty(t) = \left| \dfrac{1}{1+L(i \cdot 0,1)} \right| sen(0,1t + \varphi) \simeq \dfrac{1}{|L(i \cdot 0,1)|} sen(0,1t+\varphi)$

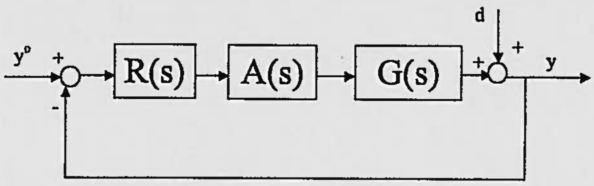
$\simeq \dfrac{1}{10} sen(0,1t + \varphi)$

$\Rightarrow$ FATTORE DI ATTENUAZIONE 10

2.3 Si supponga che l'attuatore, non considerato in fase di progetto, abbia funzione di trasferimento

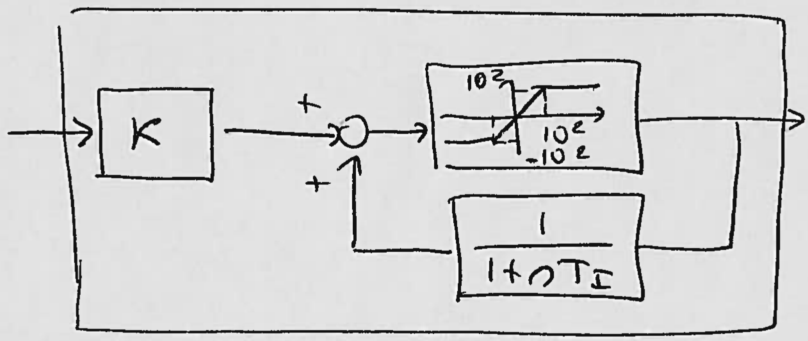
$$A(s) = \frac{1}{1 + 0.002s}.$$

Dire, motivando la risposta, se le prestazioni del sistema di controllo che include il regolatore progettato al punto 2.1 e l'attuatore sono differenti rispetto a quelle richieste al punto 2.1.



NO, SONO LE STESSE PERCHÉ $A(s)$ INTRODUCE SOLO UN POLO $p = -\dfrac{1}{0,002} >> \omega_c = 1$ E QUINDI NON ALTERA LE CARATTERISTICHE DI $L(s)$ RILEVANTI PER LE PRESTAZIONI AL PUNTO 2.1

2.4 Si supponga che l'attuatore saturi quando l'ingresso di controllo raggiunge in modulo il valore 100. Si disegni lo schema con cui viene realizzata l'azione integrale del regolatore PI per evitare il fenomeno del wind-up.



PI

Esercizio 3 [3 punti]

Con riferimento all'esperimento svolto in laboratorio, descrivere in modo chiaro e sintetico il problema di controllo affrontato.

SI VEDA IL MATERIALE DEL LABORATORIO.